

**MODELO INTERPRETATIVO DE ENSAIOS DE CORTE SIMPLES E TRIAXIAIS PELA
TEORIA ENDOCRÓNICA**

**INTERPRETATIVE MODEL FOR SIMPLE SHEAR TESTS AND TRIAXIAL TESTS BY
ENDOCHRONIC THEORY**

Laura Caldeira*
Atilla Ansal**
Pedro S. Sêco e Pinto***

SUMÁRIO

Apresentam-se os fundamentos da Teoria Endocrónica. Faz-se uma interpretação dos resultados dos ensaios de corte simples efectuados para o material do núcleo da barragem do Alvito, recorrendo-se à teoria endocrónica. Extrapolam-se as curvas experimentais para outras tensões de consolidação de ensaios de corte simples e simulam-se trajectórias de ensaios triaxiais para várias pressões de confinamento.

ABSTRACT

The main features of endochronic theory is presented. An interpretation of simple shear tests for clay core material of Alvito dam by endochronic theory is given. An extrapolation of experimental curves for different consolidation pressures for simple shear tests and a simulation of triaxial paths for several confining pressures is done.

* Assistente da FEUP, Estagiária do LNEC e Bolseira do INIC
** Professor da Universidade Técnica de Istambul
*** Investigador Principal do LNEC

1-INTRODUÇÃO

Um dos problemas que se coloca na análise estática ou dinâmica de barragens de aterro, é a adequada caracterização e quantificação dos parâmetros que definem o comportamento do solo naquelas condições.

As técnicas de ensaio para solos são aproximações grosseiras de situações reais, pela dimensão da amostra, pelas condições fronteira e pelos estados de tensão, geralmente muito simples para mais fácil interpretação, a que o provete é submetido. Os valores máximos de deslocamentos, velocidades, frequências e forças aplicadas encontram-se limitados pelo equipamento disponível. Interessa, portanto, desenvolver modelos constitutivos baseados nos resultados de ensaios, que possibilitem extrapolar o comportamento do solo para condições mais complexas e diferentes dos casos muito específicos dos testes.

Para que isto possa ser atingido deve existir uma forte ligação entre as relações e parâmetros do material que traduzem o comportamento macroscópico do solo e as características microscópicas que são intrínsecas ao mesmo. Uma tentativa neste sentido foi feita pela Teoria Endocrónica, que revela uma grande utilidade e flexibilidade na modelação da resposta de materiais a carregamentos monotónicos, descargas, e cargas cíclicas.

A primeira aplicação desta Teoria ocorreu em metais por Valanis [9] que estudou o seu comportamento plástico com endurecimento e a sua resposta cíclica. Foi Bazant e Krizek [6], que enunciaram, pela primeira vez, a formulação aplicável a solos, generalizando o modelo através da introdução do conceito do meio bifásico da teoria de Biot, adequado para a descrição de solos saturados, com ou sem drenagem. O estudo paramétrico de solos coesivos normalmente consolidados, em condições quasi-estáticas e cíclicas, foi executado por Ansal [4]. Posteriormente conseguiu-se traduzir através de uma mesma lei constitutiva os resultados de ensaios de corte simple cíclicos e triaxiais monotónicos de solos arenosos (Blázquez) [7]. Sener [8], com base em ensaios triaxiais cíclicos de compressão analisou o fenómeno da liquefacção.

Nesta publicação faz-se uma breve revisão dos fundamentos da Teoria Endocrónica, e formula-se o modelo para um conjunto de ensaios de corte simples do solo argiloso da barragem do Alvito. Com as relações constitutivas encontradas, extrapolam-se os resultados dos ensaios de corte simples para outras tensões de consolidação e simulam-se trajectórias de ensaios triaxiais para diferentes pressões de confinamento.

2-TEORIA ENDOCRÓNICA - EQUAÇÕES BÁSICAS

A Teoria Endocrónica baseia-se na definição de variáveis internas adicionais, que pretendem traduzir de uma certa maneira a história

de deformação do material.

Uma destas variáveis é o tempo intrínseco z , que tem em conta os efeitos dissipativos da deformação plástica acumulada e do tempo, no caso de materiais cujo comportamento depende da velocidade de deformação (solos coesivos). É uma função escalar monótona crescente da deformação e do tempo definida pela equação:

$$(dz)^2 = \left(\frac{d\zeta}{z_1}\right)^2 + \left(\frac{dt}{\tau_1}\right)^2 \quad (2.1)$$

onde

$$d\zeta = F(\epsilon, \sigma', \zeta) d\xi \quad (2.2)$$

e

$$d\xi = \sqrt{\frac{1}{2} de_{ij} de_{ij}} \quad (2.3)$$

ζ é a medida de rearranjo da estrutura do solo, t é o tempo, z_1 e τ_1 são parâmetros constantes do material, ϵ_{ij} é o tensor de deformação em coordenadas cartesianas x_i , ($i=1,2,3$), σ'_{ij} é o tensor de tensão efectiva, ξ é a medida de distorção, ou seja o comprimento da trajectória no espaço de deformações distorsionais, $e_{ij} = \epsilon_{ij} - \delta_{ij}\epsilon$ é o tensor distorsional de deformação, $\epsilon = 1/3 \epsilon_{kk}$ é a deformação (média) volumétrica e F é a função de endurecimento-amolecimento de deformação.

Esta definição foi baseada no facto, confirmado experimentalmente, de que o comportamento não elástico do material é produzido pelos incrementos de deformações distorsionais, os quais estão associados a escorregamentos irreversíveis e a diferentes arranjos estruturais dos grãos.

É conveniente separar os efeitos do endurecimento, que depende essencialmente das deformações acumuladas, dos do amolecimento que é função da grandeza das tensões e das deformações. Assim opta-se pela seguinte forma para $d\zeta$:

$$d\zeta = \frac{d\eta}{f(\eta)} \quad (2.4)$$

com

$$d\eta = F_1(\epsilon, \sigma) d\xi \quad (2.5)$$

F_1 é então a função de amolecimento, η assegura uma acumulação contínua de deformações não elásticas e $f(\eta)$ traduz o endurecimento, servindo de função limite de deformação, incorporando o conceito de estado crítico.

Com base no tempo intrínseco, calcula-se então o incremento de deformação distorsional de_{ij} , que para solos homogêneos e que exibem comportamento isotrópico durante cada incremento, é dado por:

$$de_{ij} = \frac{ds_{ij}}{2G} + \frac{s_{ij}}{2G} dz \quad (2.6)$$

s_{ij} representa o tensor das tensões efectivas distorsionais ($s_{ij} = \sigma'_{ij} - \delta_{ij} \sigma'$), ds_{ij} a sua variação, σ' a tensão efectiva volumétrica ($\sigma' = \sigma_{kk}/3$) e G o módulo distorsional do solo (função do nível de deformação).

A primeira parcela da expressão (2.6) corresponde à parte elástica da deformação e o segundo membro tem em conta a plastificação ocorrida.

Para atender às variações de volume devidas unicamente às tensões de corte (a consolidação é excluída) e, indirectamente, às variações das pressões intersticiais resultantes, recorre-se a uma outra variável interna λ , chamada medida de densificação ou de dilatância, cuja variação é função dos invariantes do tensor das tensões efectivas e do das deformações, bem como do valor acumulado da variável:

$$d\lambda^2 = [L(\epsilon, \sigma, \lambda) d\xi]^2 + (\sigma_c dt / \tau_2)^2 \quad (2.7)$$

O segundo termo da equação (2.7) traduz a dependência de λ da velocidade de deformação, no caso de solos argilosos. τ_2 é um parâmetro do material constante e σ_c a tensão de consolidação.

As variações de volume não elásticas, causadas pela alteração da pressão média, transmitida pelas partículas de solo, são quantificadas pela introdução de uma segunda variável de tempo intrínseco z' :

$$(dz')^2 = \left(\frac{d\xi'}{z_2}\right)^2 + \left(\frac{dt}{\tau_1}\right)^2 \quad (2.8)$$

onde

$$d\xi' = \frac{d\eta'}{h(\eta')}, \quad (2.9)$$

$$d\eta' = H(\sigma') d\xi' \quad (2.10)$$

e

$$d\xi' = \sqrt{[I_1(d\epsilon)]^2} \quad (2.11)$$

A formulação das equações (2.8) a (2.11) é em tudo idêntica à apresentada para z . Assim, z_2 e τ_1 são constantes do material, $h(\eta')$ é a função de endurecimento de compactação, $H(\sigma)$ a de amolecimento por compactação, ξ' é chamada a medida de compactação e $I_1(d\epsilon)$ o primeiro invariante do tensor dos incrementos de deformação.

A variação da deformação volumétrica total obtem-se somando a componente elástica com a resultante da tensão de corte e com a resultante da variação da tensão hidrostática, tomando o seguinte aspecto no caso de solos isotrópicos:

$$de = \frac{d\sigma'}{3K} + d\lambda + \frac{\sigma'}{3K} dz' \quad (2.12)$$

onde K é o módulo de compressibilidade volumétrica.

Para aplicação a problemas cíclicos e de carga e descarga é ainda necessário introduzir na Teoria Endocrónica o endurecimento cinemático, transformando-se as equações (2.6) e (2.12) em:

$$de_{ij} = \frac{ds_{ij}}{2G} + \frac{(s_{ij} - \alpha_{ij})'}{2G} \rho dz' \quad (2.13)$$

e

$$de = \frac{d\sigma'}{3K} + d\lambda + \frac{(\sigma' - \alpha)'}{3K} \psi dz' \quad (2.14)$$

respectivamente.

α_{ij} e α são os centros das superfícies de carga no espaço de tensões distorsionais e volumétricas respectivamente. ρ e ψ são coeficientes, inferiores à unidade, que reduzem a velocidade de acumulação da deformação viscoplástica nos casos de descarga e recarga.

A pressão intersticial é modelada com base na Teoria de Biot para meios com duas fases, considerando a compressibilidade da água e as deformações volumétricas do esqueleto sólido. Apresentam-se nas secções 3 e 4 a respectiva formulação nos casos do ensaio de corte simples e do triaxial.

As funções definidas são determinadas separadamente para os vários tipos de materiais.

3-ENSAIOS DE CORTE SIMPLES

Foram realizados ensaios de corte simples, monotónicos, no solo do núcleo da barragem do Alvito. Trata-se de um solo argiloso (CL - Classificação Unificada), com os seguintes índices físicos: $W_L = 27,7$, $W_p = 18,0$, $IP = 9,7$, $\gamma_d^{max} = 19,3 \text{ kN/m}^3$ e $W_{op} = 13,1\%$.

As amostras foram preparadas com material compactado com a energia de Proctor normal e com um teor em água que excedia o óptimo em 1,5% (visando-se reproduzir as condições "in situ"). Os provetes assim obtidos foram então talhados, com equipamento adequado, do aparelho de corte simples, envolvidos por membrana reforçada para impedir deformações laterais, saturados e consolidados a uma

determinada tensão vertical.

Os ensaios foram executados a deformação controlada e a volume constante, medindo-se a variação da tensão vertical (em valor absoluto igual à variação da pressão intersticial) e a tensão de corte aplicada. Os valores da tensão vertical de consolidação, nos testes que se apresentam na Fig. 1, foi de 100 kPa, 200 kPa e 400 kPa, respectivamente. As leituras efectuadas estão representadas nesta figura a Δ .

Com base nestes resultados, na Teoria Endocrónica, e nas suas funções específicas para solos argilosos [3], estabeleceu-se um modelo do comportamento do material, que adaptado ao ensaio de corte, deu origem às curvas a traço cheio apresentadas na mesma figura, e que se passa a descrever.

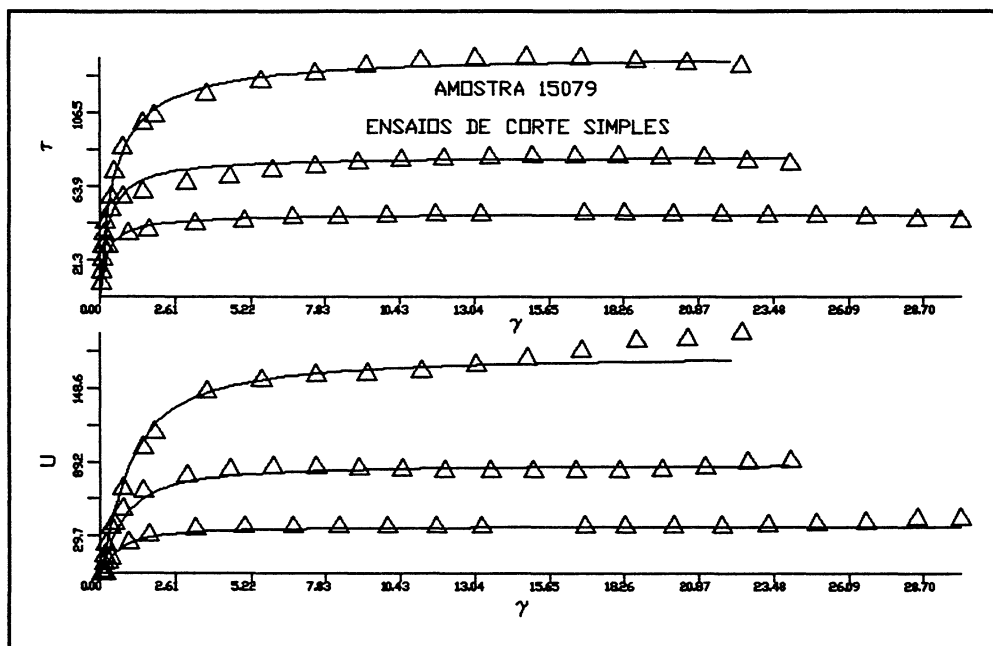


Figura 1 - Resultados e interpretação de ensaios de corte simples

A aplicação do deslocamento tangencial foi suficientemente lenta para se poder desprezar todos os efeitos da influência do tempo t :

$$dz = \frac{d\zeta}{z_1} \quad (3.1)$$

O estado da deformação distorsional nas facetas horizontais (facetas de rotura) é bastante simples e dado por:

$$d\xi = d\gamma \quad (3.2)$$

sendo $d\gamma$ a variação da distorção produzida.

A expressão geralmente adoptada para argilas para função de amolecimento é:

$$F_1 = a_1 + \frac{(1 - a_2 I_1(\epsilon)) (1 + a_3 J_2(\epsilon))}{0.01 + a_4 I_1(\sigma') / p_a} \quad (3.3)$$

na qual a_1 , a_2 , a_3 e a_4 são parâmetros do material, $I_1(\epsilon)$ é o primeiro invariante do tensor de deformações, $J_2(\epsilon)$ é o segundo invariante das deformações distorsionais, $I_1(\sigma')$ é o primeiro invariante do tensor das tensões efectivas e p_a é o valor da pressão atmosférica, usado para tornar adimensional a equação.

No caso presente os referidos invariantes tomam os seguintes valores:

$$I_1(\epsilon) = 0 \quad (3.4)$$

$$J_2(\epsilon) = \frac{1}{2} \gamma^2 \quad (3.5)$$

$$I_1(\sigma') = \sigma_0 - u \quad (3.6)$$

onde σ_0 é a tensão normal (vertical) inicial e u é a tensão intersticial.

Da observação da equação (3.4) e (3.3), concluiu-se que se pode reduzir o número de parâmetros a 3, sendo $d\eta$ dado por:

$$d\eta = \left(a_1 + \frac{1 + a_2 J_2(\epsilon)}{0.01 + a_3 I_1(\sigma') / p_a} \right) d\xi \quad (3.7)$$

A função $f(\eta)$ sugerida para este tipo de solos é:

$$f(\eta) = 1 + \frac{b_1 \eta}{1 + b_2 \eta} \quad (3.8)$$

Por último, L depende do tipo de argila, da história e da trajectória de tensões:

$$L(\epsilon, \sigma, \lambda) = \frac{c_1 (1 + c_2 I_1(\epsilon))}{(1 + c_3 I_1(\sigma') / p_a) (1 + c_4 J_2(\epsilon)) (1 + c_5 \lambda)} \quad (3.9)$$

em que c_1 , c_2 , c_3 , c_4 e c_5 são parâmetros do material.

A adaptação ao estado de tensão em estudo elimina, da mesma forma que anteriormente um parâmetro, pelo que $d\lambda$ vem igual a:

$$d\lambda = \frac{c_1 d\xi}{(1+c_3 I_1(\sigma')/p_a)(1+c_2 J_2(\varepsilon))(1+c_4 \lambda)} \quad (3.10)$$

Como o ensaio é monotónico, não se considera o endurecimento isotrópico e cinemático. A variação da tensão tangencial tem duas componentes, elástica e plástica, dadas pela:

$$d\tau = G d\gamma - \frac{\tau}{(1+0.5 dz)} \quad (3.11)$$

com a tensão de corte calculada no meio do intervalo, para acelerar a convergência.

A variação da pressão intersticial, como o ensaio é realizado a volume constante, tem a seguinte expressão:

$$du = 3K d\lambda \quad (3.12)$$

A aplicação do modelo foi levada a efeito através de um método numérico de integração com controlo de deformação, associado a um algoritmo não linear, de mínimos quadrados, para determinação e optimização dos valores das constantes do material. Este processo foi repetido para cada ensaio, pois tal como experimentalmente é confirmado para G e para K, supunha-se que estes parâmetros variassem com a tensão de consolidação inicial.

Através de um tratamento estatístico dos valores calculados, no qual foram encontrados coeficientes de correlação elevados, foram obtidas as seguintes equações:

$$G = 136,62 \sigma_0^{1.13} \quad (3.13)$$

$$K = 667,58 \sigma_0^{1.05} \quad (3.14)$$

$$a_1 = 1,52 \sigma_0^{0.69} \quad (3.15)$$

$$a_2 = -5,8 \times 10^6 + 46856,4 \sigma_0 \quad (3.16)$$

$$a_3 = -4,08 \times 10^6 + 30835,5 \sigma_0 \quad (3.17)$$

$$b_1 = \exp(1,34 + 3,24 \times 10^{-3} \sigma_0) \quad (3.18)$$

$$b_2 = 172,63 \sigma_0^{-0,75} \quad (3.19)$$

$$c_1 = \frac{1}{57,06 + 0,26 \sigma_0} \quad (3.20)$$

$$c_2 = \frac{1}{-6,54 \times 10^{-6} + 3,00 \times 10^{-7} \sigma_0} \quad (3.21)$$

$$c_3 = 33,14 \sigma_0^{-0,96} \quad (3.22)$$

$$c_4 = 1,00 \times 10^7 \sigma_0^{-1,47} \quad (3.23)$$

$$z_1 = \exp(-2,97 - 3,32 \times 10^{-3} \sigma_0) \quad (3.24)$$

Da análise destas expressões constata-se que se pode reduzir os 12 parâmetros (G , K , a_1 , a_2 , a_3 , b_1 , b_2 , c_1 , c_2 , c_3 , c_4 e z_1) a uma única variável (sempre conhecida) σ_0 .

Com base nas equações obtidas os resultados dos ensaios foram extrapolados para as tensões de consolidação de: 300, 600, 800, 1000, 1200, 1400 e 1600 kPa, os quais se apresentam na Fig. 2, juntamente com os testes efectuados.

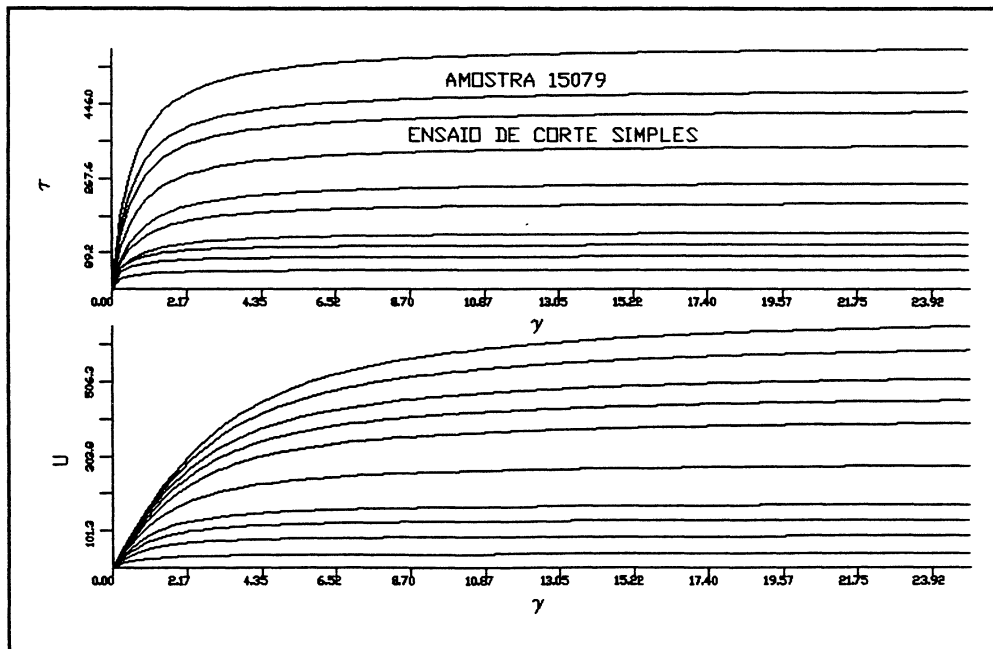


Figura 2 - Apresentação dos resultados dos ensaios de corte simples realizados e extrapolados.

Para julgar da boa ou má simulação numérica efectuada, representa-se, com Δ , na Fig. 3 os valores de máximos das tensões, resultantes da figura anterior, bem como a recta de Coulomb obtida apenas com os ensaios realmente realizados (ângulo de atrito = 30^0).

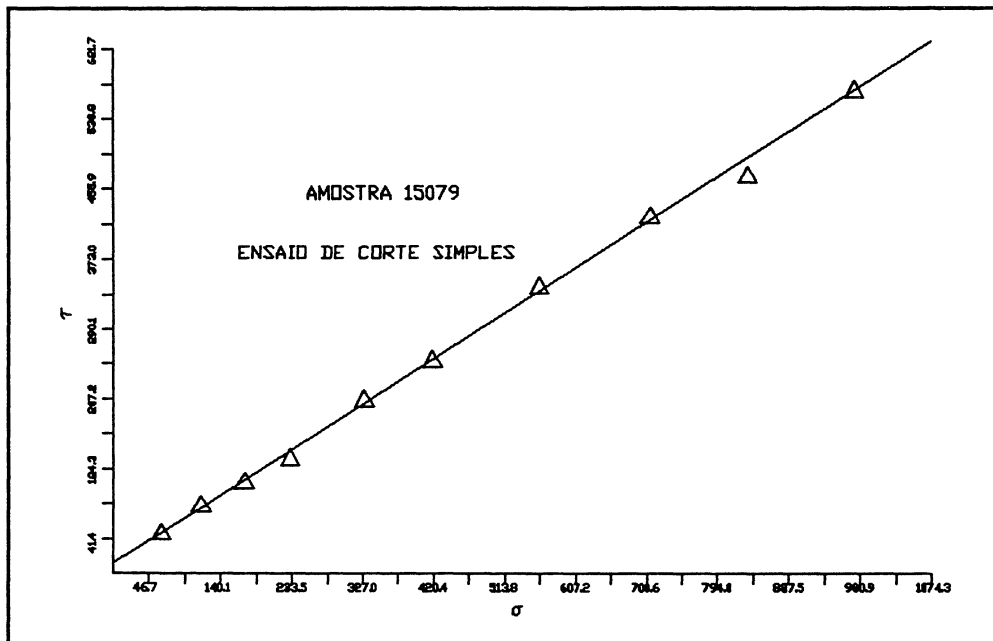


Figura 3 - Tensão tangencial - tensão normal de rotura dos ensaios de corte simples e respectiva recta de Coulomb

Poder-se-á então concluir que a extrapolação originou valores de pico bastante aceitáveis.

4-ENSAIOS TRIAXIAIS

Para generalizar a modelação a outros estados de tensão, simularam-se, para as mesmas tensões de consolidação, curvas de ensaios triaxiais.

Os invariantes dos estados de tensão e deformação diferem dos anteriores, provocando alterações em algumas das equações, e que se passam a descrever, em termos de valores principais:

$$d\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} |d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2| \quad (4.1)$$

$$J_2(\epsilon) = \frac{1}{3} (\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 \quad (4.2)$$

$$I_1(\sigma') = \sigma'_1 + 2\sigma'_2 \quad (4.3)$$

$$d\sigma' = \frac{(d\epsilon_1 - d\epsilon_2) 2G - (\sigma'_1 - \sigma'_2) dz}{(1 + 0,5 dz)} \quad (4.4)$$

$$du = \frac{d\sigma'}{3} + 3d\lambda K \quad (4.5)$$

sendo $d\sigma'$ o acréscimo da tensão efectiva principal máxima.

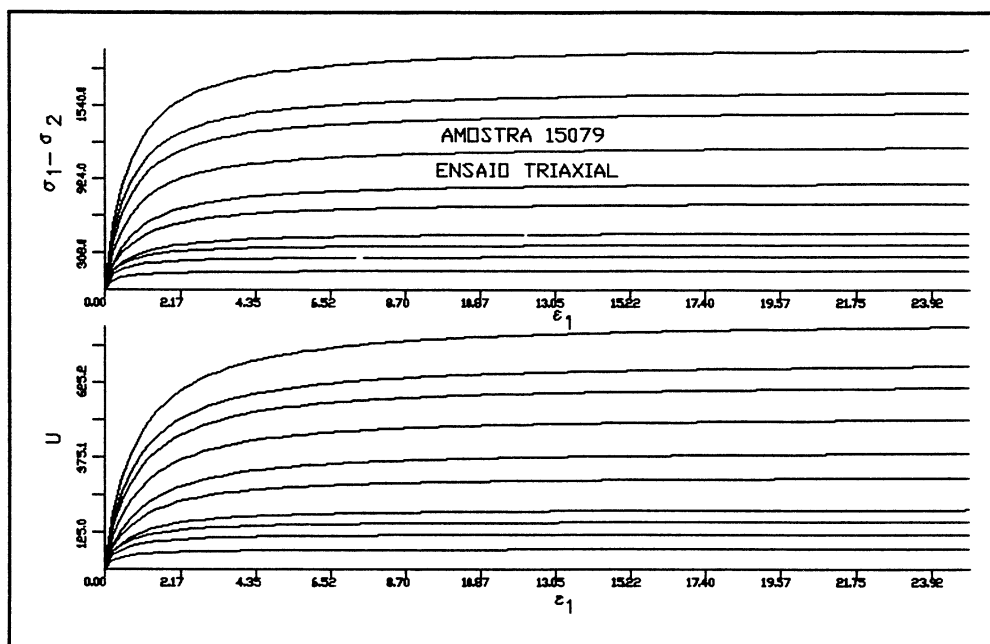


Figura 4 - Modelação de ensaios triaxiais.

As expressões (3.7), (3.8) e (3.10) permanecem aplicáveis. Utilizou-se, do mesmo modo, a integração numérica controlada através da deformação principal máxima, e as curvas obtidas estão ilustradas na Fig. 4.

Na Figura 5 representa-se os pontos de rotura (p,q) para estes ensaios, assim como a recta de Coulomb obtida nos ensaios de corte simples.

Verifica-se que a Teoria Endocrónica, para o estado de tensão que corresponde ao ensaio triaxial, se adapta satisfatoriamente permitindo a obtenção de curvas e valores concordantes com os esperados.

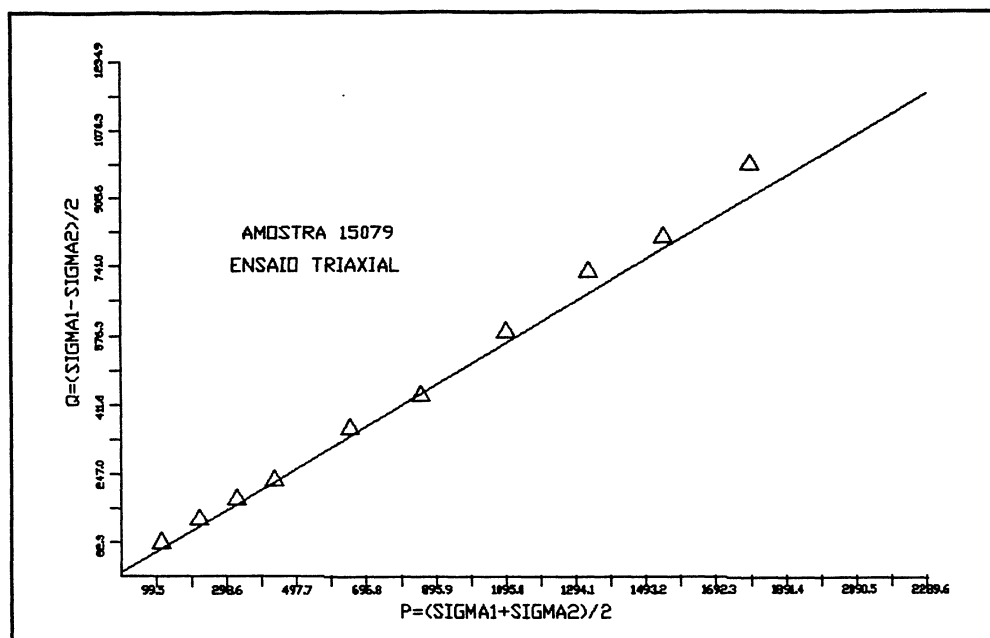


Figura 5 - Valores de pico do ensaio triaxial em termos de (p,q) e recta de Coulomb obtida no ensaio de corte simples.

BIBLIOGRAFIA

1. Ansal, A., Bazant, Z., Blazquez, R. and Krizek, R., "Application of Endochronic Theory to the Analysis of an Earth Dam", Department of Civil Engineering, The Technological Institute Northwestern University, Evanston, Illinois, 1977.
2. Ansal, A., Krizek, J. and Bazant, Z., "Seismic Analysis of an Earth Dam Based on Endochronic Constitutive Law", Department of Civil Engineering, The Technological Institute Northwestern University Evanston, Illinois, 1979.
3. Ansal, A., Bazant, Z. and Krizek, R., "Viscoplasticity of Normally Consolidated Clays", ASCE, Journal of Geotechnic Engineering Division, 105 (GT4), 1979, pp. 519-537.
4. Ansal, A., "An Endochronic Model for Cyclic Behavior", Istanbul Technical University, Turkey, 1983.
5. Bazant, Z., Ansal, A. and Krizek, R., "Endochronic Models for Soils", Soil Mechanics Transient and Cyclic Loads, John Wiley & Sons Ltd, 1982.
6. Bazant, Z. and Krizek, R., "Saturated Sand as an Inelastic Two-Phase Medium", Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 101, No. EM4, 1975, pp. 317-332.
7. Blázquez, R., "Endochronic Model for Liquefaction of Sand

Deposits as Inelastic Two-Phase Medium, Ph.D. Dissertation, Northwestern University, Evanston, Illinois, 1978.

8. Sener , C. , "An Endochronic Nonlinear Constitutive Law for Cohesionless Soils Subjected to Dynamic Loading, Ph.D. Dissertation, Northwestern University, Evanston, Illinois, 1979.
9. Valanis, K., "A Theory of Viscoplasticity Without a Yield Surface; Part I. General Theory; Part II. Application of Mechanical Behavior of Metals", Archives of Mechanics, No. 23, 1971, pp. 517-555.