COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS ANALÍTICOS APLICÁVEIS A ANÁLISES DE CONSOLIDAÇÃO TENDO EM CONTA O EFEITO DE SMEAR

COMPARISON OF ANALITYCAL METHODS USED IN CONSOLIDATION ANALYSIS CONSIDERING THE SMEAR EFFECT

Da Silva, Elisa; *Instituto Superior de Engenharia da Universidade do Algarve, Faro, Portugal, esilva@ualg.pt*
Justo, José Luís; *Escuela Técnica Superior de Arquitectura da Universidade de Sevilha, Sevilha, Espanha, jlj@us.es*
Durand, Percy; Escuela Técnica Superior de Arquitectura da Universidade de Sevilha, Sevilha, Espanha, *percy@us.es*

RESUMO

A análise do fenómeno da consolidação, nas zonas tratadas com drenos verticais pré-fabricados de banda, é um problema de natureza axissimétrico, uma vez que a drenagem é radial. No entanto, quando se pretende analisar a consolidação de um problema geotécnico real, esta análise é realizada no estado plano de deformação. Como tal, o sistema espacial da malha, é convertido numa parede de drenos verticais paralelos, devendo ser assegurada a igualdade do grau de consolidação médio em ambos os sistemas. As soluções correntemente utilizadas são as de Hird et al. (1992) e de Indraratna e Redana (1997), em que ambas permitem considerar quer o feito da limitação da capacidade de descarga bem como do efeito de *smear*. Tendo em vista a sua aplicação no dimensionamento de casos reais, é apresentada uma comparação entre os diversos métodos analíticos e indicadas as principais conclusões.

ABSTRACT

The analysis of the consolidation phenomenon, in the areas where the vertical band-shaped drains (PVD) are used, is a problem of axisymmetric nature, since the drainage is radial. Nevertheless, when analyzing the consolidation of a real geotechnical problem, it is performed in the plane strain state. Therefore, the spatial pattern adopted in the design must to be converted into several parallel drainage screens, and an equivalent degree of consolidation in both systems must be ensured. The solutions currently used are those of Hird et al. (1992) and of Indraratna & Redana (1997). Both analytical solutions allow the consideration of the drain discharge capacity as well as the smear effect. In order to apply them to real case works, a comparison between the various analytical solutions are presented and the main conclusions pointed out.

1 - INTRODUÇÃO

As deformações verticais observadas nos solos finos saturados quando sujeitos a carregamento, são devidas ao fenómeno de consolidação, sendo estas prolongadas no tempo. Em condições normais, ou seja, sem recurso a técnicas artificiais, a consolidação é tratada como um problema unidirecional vertical, uma vez que as fronteiras drenantes mais próximas são o topo e/ou a base do estrato. Quando estes solos são tratados com drenos verticais, então as fronteiras drenantes mais próximas são os próprios drenos, tornando-se num problema axissimétrico, visto que o fluxo dominante é radial e o parâmetro associado será o da permeabilidade horizontal do solo. A distância de percolação é substancialmente reduzida dada a proximidade dos drenos, e consequentemente dá-se a aceleração do fenómeno de consolidação. Contudo, a instalação dos drenos no terreno cria uma perturbação na zona adjacente aos mesmos, a qual é designada por zona perturbada, ou *smear*. Este efeito traduz-se num aumento da pressão intersticial e uma diminuição da permeabilidade do solo na zona perturbada (Holtz e Holm, 1973). Regra geral, este fenómeno pode ser considerado nas análises de consolidação por introdução de uma zona perturbada ao redor do dreno, com redução do coeficiente de permeabilidade nessa zona. Assim sendo, para conseguir caracterizar o efeito de *smear* adequadamente, necessita-se determinar o diâmetro da zona perturbada (d_s), bem como a permeabilidade horizontal nessa zona (k_{hs}). O problema coloca-se na busca destes parâmetros, e na sua correspondência entre teoria e prática, tendo sido constatado que a extensão e permeabilidade da zona perturbada variam em função do processo de instalação, do tamanho e forma do mandril e das características do solo atravessado. Uma vez que não é possível determinar com rigor estes parâmetros, então eles são atribuídos com base em experiências de campo, ensaios laboratoriais, considerações teóricas, ou por retro-análises dos resultados de casos reais.

A análise do fenómeno da consolidação do solo ao redor de um dreno individual, é um problema de natureza axissimétrico, contudo o mesmo também poderá ser efetuado para estado plano de deformação, desde que realizadas as devidas adaptações. Deste modo, será inicialmente apresentada a

formulação de Barron (1944) e de Hansbo (1979) para escoamento radial (problema axissimétrico), em que esta última já considera o efeito de *smear*, e posteriormente a sua transformação para estado plano de deformação. Numa análise bidimensional, o fluxo da água dentro do solo é considerado laminar e não radial, sendo necessário converter o sistema espacial dos drenos, numa parede de drenos verticais paralelos entre si. Para tal, é preciso ajustar o espaçamento dos drenos e o coeficiente de permeabilidade da zona tratada para o estado plano de deformação. Hird et al., em 1992, propuseram um método para incorporar os drenos verticais nas análises de problemas em estado plano de deformação e em 1995 apresentaram novos estudos em que confirmaram a adequação deste método. Segundo os mesmos, para que a taxa de consolidação num estado plano de deformação (PD) e num estado axissimétrico (Ax) sejam correspondentes, é necessário que exista equivalência entre o grau de consolidação médio, em qualquer momento do processo, e para cada nível de carga. Esta solução analítica é ligeiramente simplificada, uma vez que embora considere a delimitação geométrica da zona perturbada (efeito de *smear)* no estado axissimétrico, não o considera no estado plano de deformação. Indraratna e Redana (1997) propuseram, por sua vez, que a zona de *smear* fosse geometricamente incorporada na transição para o estado plano de deformação.

2 - SOLUÇÕES ANALÍTICAS DA CONSOLIDAÇÃO CONSIDERANDO DRENOS

A teoria da consolidação unidimensional vertical, desenvolvida por Terzaghi em 1925, foi posteriormente adaptada para escoamento radial por Rendulic, em 1935. Contudo, foi Barron, em 1944, o primeiro investigador a analisar a influência dos drenos verticais na consolidação das argilas.

2.1 - Escoamento radial (Axissimetria)

2.1.1- Solução analítica de Barron

A solução ou teoria de Barron, para drenos cilíndricos arenosos, fundamentou-se na teoria simplificada da consolidação unidimensional proposta por Terzaghi, no pressuposto da validade da lei de escoamento de Darcy, e permitia que o mesmo fosse resolvido admitindo duas condições distintas para as deformações verticais do solo, nomeadamente:

a) Deformações verticais livres (*free vertical strains*), assumindo que as tensões verticais na superfície permanecem constantes durante o processo de consolidação, embora os deslocamentos na superfície sejam não uniformes;

b) Deformações verticais equivalentes (*equal vertical strains*), assumindo que as tensões verticais superficiais não são uniformes.

Estas soluções combinavam, de igual modo, o escoamento radial em direção ao dreno e o escoamento vertical dentro do dreno. No entanto, quando a relação entre o comprimento dos drenos e o espaçamento entre estes é elevado, pode-se considerar que o fluxo radial é predominante, e como tal a consolidação pode ser tratada como um problema bidimensional (Figura1).

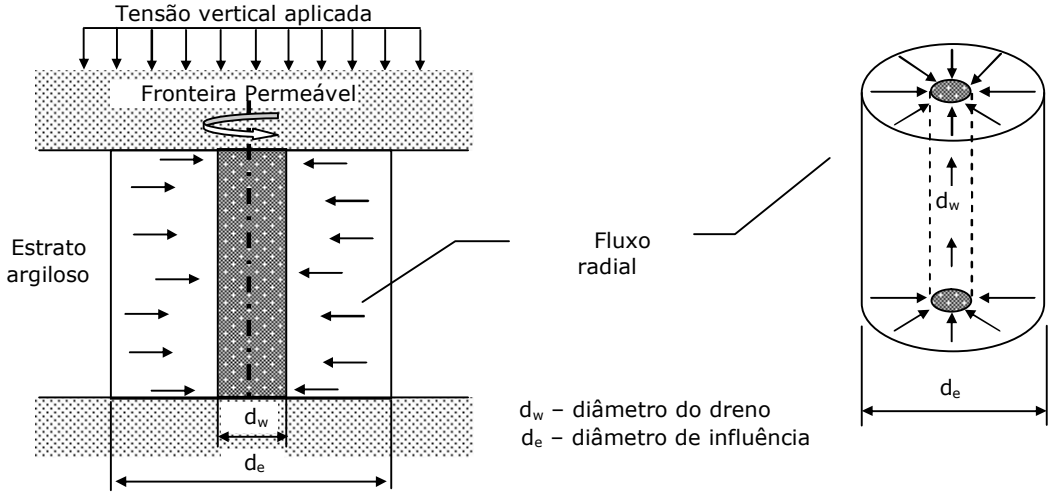

Figura 1 – Escoamento radial num estrato na presença de drenos verticais

Neste caso, a dissipação das pressões intersticiais, face ao tempo, é regida pela equação:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_h[\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}] \qquad [1]$$

sendo C_h o coeficiente de consolidação horizontal do solo. Resolvendo equação 1 para um cilindro de solo com um dreno cilíndrico vertical, em que a pressão intersticial na fronteira do dreno é nula, e para a condição de deformações verticais iguais (*equal vertical strains*), obtém-se que o grau de consolidação médio para a camada, é:

$$U_r = 1 - e^{\left(-\frac{8T_r}{F(n)}\right)} \qquad [2]$$

em que T_r é o fator tempo para a drenagem radial, e dado por:

$$T_r = \frac{C_h\, t}{d_e^{\,2}} \qquad [3]$$

e $F_{(n)}$ é função da densidade dos drenos (equação 5) bem como da relação entre o diâmetro de influência de um dreno (d_e) e o diâmetro do dreno (d_w) (equação 4).

$$n = \frac{d_e}{d_w} \qquad [4]$$

$$F_{(n)} = \left[\frac{n^2}{(1-n)}\right]\left[\ln(n) - \frac{3}{4} + \frac{1}{n^2}\right] \qquad [5]$$

Para valores típicos da relação de espaçamento entre drenos verticais (n), correspondentes a valores superiores ou iguais a 20, este fator simplifica-se para:

$$F_{(n)} = \ln\left(\frac{d_e}{d_w}\right) - \frac{3}{4} \qquad [6]$$

Os drenos verticais são instalados segundo uma malha quadrangular ou triangular, espaçados entre eixos de uma distância constante e igual a S. Sabendo que cada dreno tem um diâmetro de influência d_e, em que a área correspondente é de ($\pi\, d_e^{\,2}/4$), e igualando esta à área geométrica quadrangular para a malha quadrangular (Figura 2a), e à área geométrica hexagonal para a malha triangular (Figura 2b), retira-se que:

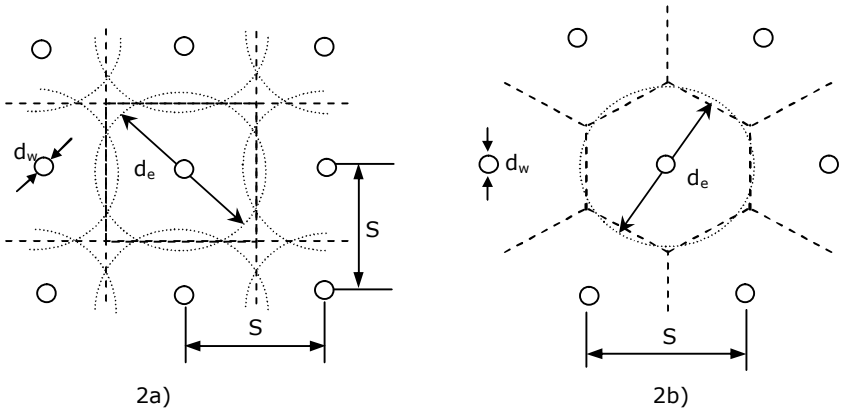

Figura 2 – Espaçamento entre drenos (S) e diâmetro de influência ou diâmetro equivalente de um dreno (d_e), para malha quadrangular 2a) e malha triangular 2b) (Rixner et al., 1986)

Malha quadrangular $$\frac{\pi d_e^2}{4} = S^2 \Leftrightarrow d_e = S\sqrt{\frac{4}{\pi}} \approx 1{,}1284\ S \qquad [7]$$

Malha triangular $$\frac{\pi d_e^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}S^2 \Leftrightarrow d_e = S\sqrt{\frac{2}{\pi}\sqrt{3}} \approx 1{,}050\ S \qquad [8]$$

Barron também resolveu a equação 1 para deformações verticais livres (*free vertical strains*), mas constatou que para o caso de n>5, as duas soluções são muito próximas. Assim sendo, o mesmo recomenda a solução para a condição de *equal vertical strains*, devido à sua simplicidade.

2.1.2 – SOLUÇÃO ANALÍTICA DE HANSBO

Hansbo, em 1979, introduziu algumas aproximações e modificou as equações desenvolvidas por Barron para drenos pré-fabricados, considerando de igual modo o *smear effect* e a limitação da capacidade de descarga dos drenos (Figura 3), obtendo uma solução para o grau de consolidação a uma dada

profundidade, para fluxo radial, e considerando deformações verticais equivalentes. O mesmo também salientou que as soluções de deformações verticais livres e equivalentes são, na realidade, bastantes similares (Hansbo, 1979).

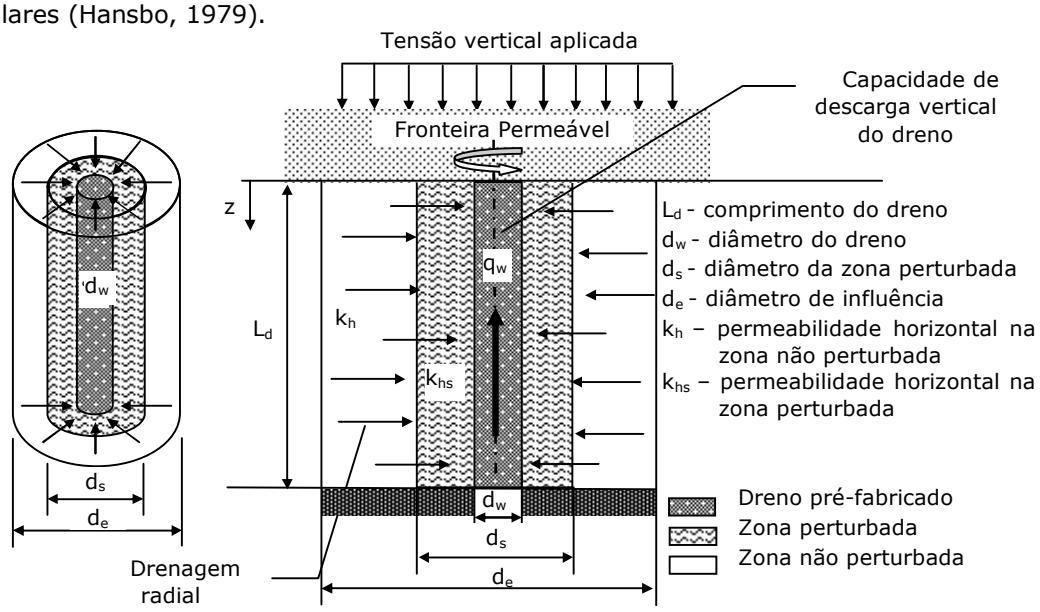

Figura 3 – Esquema exemplificativo do dreno, da zona perturbada (*smear*) e da drenagem radial

Deste modo, de acordo com Hansbo, e admitindo que as secções horizontais permanecem horizontais durante todo o período de consolidação, então o grau de consolidação médio radial, é dado por:

$$\overline{U}_r = 1 - e^{\left(-\frac{8T_r}{\mu}\right)} \quad [9]$$

em que μ é um fator que expressa três efeitos, nomeadamente ao espaçamento dos drenos $F_{(n)}$, ao efeito de *smear* $F_{(s)}$ e resistência hidráulica do dreno $F_{(r)}$.

$$\mu = F_{(n)} + F_{(s)} + F_{(r)} \quad [10]$$

O parâmetro $F_{(n)}$ continua a ser determinado pela expressão 5 ou 6 e o parâmetro será $F_{(s)}$ será determinado com base na equação:

$$F_{(s)} = \left[\left(\frac{k_h}{k_{hs}}\right) - 1\right] \ln\left(\frac{d_s}{d_w}\right) \quad [11]$$

em que d_s é o diâmetro da zona perturbada ao redor do dreno, k_{hs} é o coeficiente de permeabilidade horizontal nessa mesma zona, e k_h ou k_{h0} o coeficiente de permeabilidade horizontal inicial.

Por último, e uma vez que os drenos pré-fabricados também apresentam limitações na capacidade de descarga, será então necessário determinar a resistência hidráulica do dreno, de acordo com a expressão 12, assumindo que a lei de Darcy também poderá ser aplicada ao escoamento vertical dentro do dreno, então:

$$F_{(r)} = \pi\left(L_d - z\right) z \frac{k_h}{q_w} \quad [12]$$

sendo z é a distância contabilizada a partir do topo do dreno, L_d é o comprimento do dreno, e q_w é a capacidade de descarga do dreno para gradiente hidráulico unitário (i=1), dado por:

$$q_w = k_w i A_w = k_w A_w \quad [13]$$

em que k_w é o coeficiente de permeabilidade do dreno e A_w a sessão transversal do dreno dada por:

$$A_w = \pi r_w^{\,2} \quad [14]$$

Finalmente, e considerando a soma das três parcelas anteriores, ter-se-á:

$$\mu = \ln\left(\frac{d_e}{d_s}\right) + \left(\frac{k_h}{k_{hs}}\right)\ln\left(\frac{d_s}{d_w}\right) - \frac{3}{4} + \pi\left(L_d - z\right) z \frac{k_h}{q_w} \quad [15]$$

ou ainda

$$\mu = \ln\left(\frac{n}{s}\right) + \left(\frac{k_h}{k_{hs}}\right)\ln(s) - \frac{3}{4} + 4\left(L_d - z\right)z\frac{k_h}{k_w {d_w}^2} \qquad [16]$$

sendo o parâmetro s a relação entre o diâmetro da zona de smear (d_s) e o diâmetro do dreno (d_w):

$$s = \frac{d_s}{d_w} \qquad [17]$$

Caso a drenagem se efetue apenas por um extremo então L_d=H, passando a metade deste valor caso a drenagem possa ocorrer por ambas as extremidades do dreno, ou seja L_d=H/2.

2.2 - Escoamento horizontal (estado plano de deformação)

A análise do fenómeno da consolidação do solo com drenos verticais, em estado plano de deformação (bidimensional-2D), é um tema de grande importância para os projetistas e investigadores, uma vez que o dimensionamento deste tipo de obras é usualmente analisado no plano, ou seja, a duas dimensões. Numa análise bidimensional, o fluxo da água dentro do solo é considerado laminar e não radial, sendo necessário converter o sistema espacial dos drenos, numa parede de drenos verticais paralelos entre si (Shinsha et al., 1982). Para tal, é preciso ajustar o espaçamento dos drenos e o coeficiente de permeabilidade da zona tratada para o estado plano de deformação. As soluções correntemente utilizadas são as de Hird et al. (1992) e de Indraratna e Redana (1997).

2.2.1- Solução analítica de Hird et al. (1992)

Hird et al. (1992), propuseram um método para incorporar os drenos verticais nas análises de problemas em estado plano de deformação e em 1995 apresentaram novos estudos em que confirmaram a adequação deste método. Estes investigadores apresentam uma solução analítica para o estado plano de deformação idêntica à solução analítica de Hansbo para a consolidação axissimétrica de um cilindro de solo na zona envolvente de um dreno vertical. Essa solução tem em consideração, não só o efeito da perturbação do terreno, devido ao processo de instalação dos drenos, mas também a limitação da descarga dos próprios drenos. Segundo os mesmos, para que a taxa de consolidação num estado plano de deformação (PD) e num estado axissimétrico (Ax) sejam correspondentes, é necessário que exista equivalência entre o grau de consolidação médio em qualquer momento do processo e para cada nível de carga, ou seja:

$$\bar{U}_{hAx} = \bar{U}_{hPD} \qquad [18]$$

com

$$\bar{U}_{hAx} = \bar{U}_r = 1 - e^{\left(-\frac{8T_{hAx}}{\mu_{Ax}}\right)} \text{ e } \bar{U}_{hPD} = 1 - e^{\left(-\frac{8T_{hPD}}{\mu_{PD}}\right)} \qquad [19]\text{e } [20]$$

e consequentemente para o mesmo tempo t, retira-se que:

$$\frac{8T_{hAx}}{\mu_{Ax}} = \frac{8T_{hPD}}{\mu_{PD}} \Leftrightarrow \frac{C_{hAx}t}{d_e^2\mu_{Ax}} = \frac{C_{hPD}t}{S^{*2}\mu_{PD}} \Leftrightarrow \frac{k_{hAx}}{m_v\gamma_w r_e^2\mu_{Ax}} = \frac{k_{hPD}}{m_v\gamma_w B^2\mu_{PD}} \Leftrightarrow \frac{k_{hPD}}{k_{hAx}} = \frac{B^2}{r_e^2}\frac{\mu_{PD}}{\mu_{Ax}} \qquad [21]$$

Mais uma vez, os parâmetros μ_{PD} e μ_{Ax} expressam os efeitos associados ao espaçamento dos drenos $F_{(n)}$, ao efeito de *smear* $F_{(s)}$ e resistência do dreno $F_{(r)}$, quer no estado plano de deformação, quer no estado axissimétrico. O parâmetro μ_{Ax} será dado pela expressão 15 ou 16 (Hansbo, 1979), e o parâmetro μ_{PD} será dado pela expressão equivalente, mas para o estado plano de deformação, sendo que neste último não existe delimitação da zona de *smear* (equação 22). Tal significa que apesar de se considerar o efeito de *smear* em ambos os sistemas, o mesmo não se representa geometricamente no plano (Figura 4), e consequentemente o novo coeficiente de permeabilidade horizontal calculado estende-se por toda a área entre drenos paralelos. Deste modo o parâmetro μ_{PD} será dado por:

$$\mu_{PD} = \frac{2}{3} + 2\left(L_d z - z^2\right)\frac{k_{hPD}}{Bq_{wPD}} \qquad [22]$$

Substituindo os parâmetros μ_{Ax} e μ_{PD} na equação 21, obtém-se:

$$\frac{k_{hPD}}{k_{hAx}} = \frac{B^2}{r_e^2}\frac{\left[\frac{2}{3} + 2\left(L_d z - z^2\right)\frac{k_{hPD}}{Bq_{wPD}}\right]}{\left[\ln\left(\frac{d_e}{d_s}\right) + \left(\frac{k_{hAx}}{k_{hsAx}}\right)\ln\left(\frac{d_s}{d_w}\right) - \frac{3}{4} + \pi\left(L_d z - z^2\right)\frac{k_{hAx}}{q_{wAx}}\right]} \qquad [23]$$

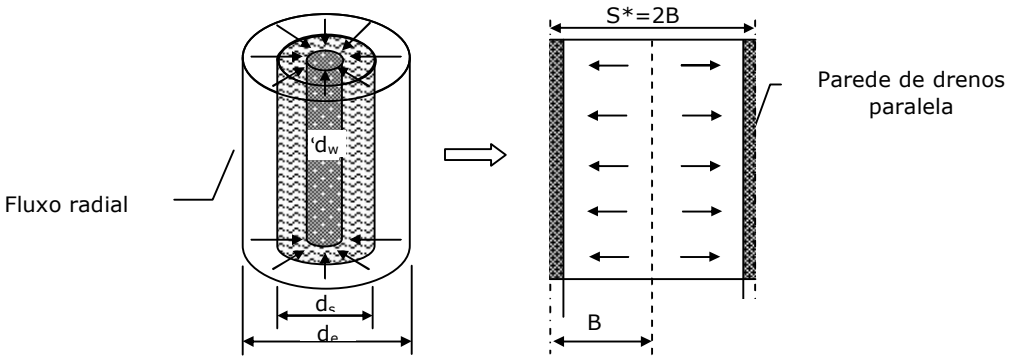

Figura 4 – Conversão do escoamento real num dreno vertical para uma parede de drenos verticais, com consideração geométrica de uma zona perturbada, apenas no sistema axisimétrico.

que é equivalente a:

$$k_{hPD}r_e^2\left[\ln\left(\frac{d_e}{d_s}\right)+\left(\frac{k_{hAx}}{k_{hsAx}}\right)\ln\left(\frac{d_s}{d_w}\right)-\frac{3}{4}+\pi\left(L_dz-z^2\right)\frac{k_{hAx}}{q_{wAx}}\right]=k_{hAx}B^2\left[\frac{2}{3}+2\left(L_dz-z^2\right)\frac{k_{hPD}}{Bq_{wPD}}\right] \quad [24]$$

ou ainda a:

$$k_{hPD}r_e^2\left[\ln\left(\frac{n}{s}\right)+\left(\frac{k_{hAx}}{k_{hsAx}}\right)\ln(s)-\frac{3}{4}+\pi\left(L_dz-z^2\right)\frac{k_{hAx}}{q_{wAx}}\right]=k_{hAx}B^2\left[\frac{2}{3}+2\left(L_dz-z^2\right)\frac{k_{hPD}}{Bq_{wPD}}\right] \quad [25]$$

em que:

q_{wPD} - Capacidade de descarga de um dreno no estado plano de deformação;
q_{wAx} - Capacidade de descarga de um dreno no estado axissimétrico;
k_{hsAx} - Coeficiente de permeabilidade na zona perturbada, no estado axissimétrico;
k_{hPD} - Coeficiente de permeabilidade no estado plano de deformação;
k_{hAx} - Coeficiente de permeabilidade no estado axissimétrico;
B - Metade da largura entre dois drenos paralelos e consecutivos (eixo a eixo);
r_e - Raio equivalente da zona de influência do dreno (relativa ao padrão original).

A compatibilidade entre ambos os sistemas é assegurada, desde que haja equivalência ou correspondência entre estes dois sistemas, quer na capacidade de descarga dos drenos (equação 26), quer na consolidação do solo (equação 27).

$$\frac{k_{hPD}\pi r_e^2k_{hAx}}{q_{wAx}}=\frac{k_{hAx}2B^2k_{hPD}}{Bq_{wPD}}\Leftrightarrow\frac{\pi r_e^2}{q_{wAx}}=\frac{2B}{q_{wPD}} \quad [26]$$

$$k_{hPD}r_e^2\left[\ln\left(\frac{n}{s}\right)+\left(\frac{k_{hAx}}{k_{hsAx}}\right)\ln(s)-\frac{3}{4}\right]=\frac{2B^2}{3}k_{hAx} \quad [27]$$

Substituindo na equação 26, as capacidades de descarga dos drenos para gradiente hidráulico unitário, e admitindo que a permeabilidade destes, em ambos os sistemas é idêntica ($k_{wPD}=k_{wAx}$), então retira-se que b_w é dado por:

$$b_w=\frac{2S^*r_w^2}{d_e^2}\frac{k_{wAx}}{k_{wPD}}\Leftrightarrow b_w=\frac{2S^*r_w^2}{d_e^2} \quad [28]$$

Relativamente à igualdade apresentada na equação 27, esta pode ser satisfeita por três métodos distintos, quer através da correspondência geométrica, quer da correspondência de permeabilidade ou da combinação das duas hipóteses anteriores. Esta última é a solução mais complexa, contudo será aquela que garante maior igualdade entre os dois sistemas. Neste caso admite-se um determinado espaçamento entre drenos para o estado plano de deformação, e em seguida calcula-se o coeficiente de permeabilidade correspondente, de modo a que seja assegurada a igualdade dos sistemas (equação 29).

$$k_{hPD}=\frac{B^2}{r_e^2}\frac{2}{3\left[\ln\left(\frac{n}{s}\right)+\left(\frac{k_{hAx}}{k_{hsAx}}\right)\ln(s)-\frac{3}{4}\right]}k_{hAx} \quad [29]$$

2.2.2- Solução analítica de Indraratna e Redana (1997)

Indraratna e Redana (1997) propuseram, por sua vez, que a zona de *smear* fosse geometricamente incorporada no estado plano de deformação (Figura 5), sendo a mesma considerada, de igual modo, na solução analítica. Os pressupostos de base mantêm-se, contudo o parâmetro μ_{PD} será definido pela seguinte equação:

$$\mu_{PD} = \alpha^* + \beta^* \left(\frac{k_{hPD}}{k_{hsPD}} \right) + \theta^* \left(L_d z - z^2 \right) \quad [30]$$

com:

$$\alpha^* = \frac{2}{3} - \frac{4b_s^3}{3B^3} + \frac{2b_s^2}{B^2} - \frac{2b_s}{B} \quad [31]$$

$$\beta^* = -\frac{b_s^3}{3B^3} - \frac{2b_w^3}{3B^3} + \frac{b_w^2 b_s}{B^3} + \frac{b_s^2}{B^2} + \frac{b_w^2}{B^2} - \frac{2b_w b_s}{B^2} \quad [32]$$

$$\theta^* = \frac{2k_{hPD}^2}{Bq_{wPD}} - \frac{2b_w k_{hPD}^2}{B^2 q_{wPD}} \quad [33]$$

e k_{hsPD} é o coeficiente de permeabilidade, na zona perturbada, no estado plano de deformação.

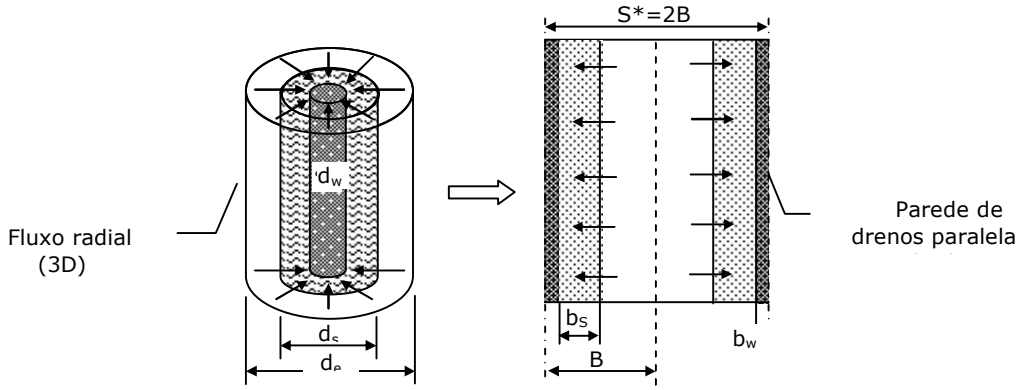

Figura 5 – Esquema de conversão do escoamento real num dreno vertical para uma parede de drenos verticais, com consideração geométrica de uma zona perturbada, em ambos os sistemas.

Substituindo na equação 21, o parâmetro μ_{PD} definido por Indraratna e Redana (equação 32), então a solução analítica do problema, segundo estes investigadores, será:

$$k_{hPD} = k_{hAx} \left(\frac{\alpha^* + \beta^* \left(\frac{k_{hPD}}{k_{hsPD}} \right) + \theta^* \left(L_d z - z^2 \right)}{\ln\left(\frac{d_e}{d_s} \right) + \left(\frac{k_{hAx}}{k_{hsAx}} \right) \ln\left(\frac{d_s}{d_w} \right) - \frac{3}{4} + \pi \left(L_d z - z^2 \right) \frac{k_{hAx}}{q_{wAx}}} \right) \frac{B^2}{r_e^2} \quad [34]$$

Podendo desprezar-se a resistência do dreno, ou seja considerando que a capacidade de descarga do dreno é elevada, a solução simplifica-se para:

$$k_{hPD} = k_{hAx} \left(\frac{\alpha^* + \beta^* \left(\frac{k_{hPD}}{k_{hsPD}} \right)}{\ln\left(\frac{n}{s} \right) + \left(\frac{k_{hAx}}{k_{hsAx}} \right) \ln(s) - \frac{3}{4}} \right) \frac{B^2}{r_e^2} \quad [35]$$

Na situação contrária, ou seja, considerando a limitação correspondente à capacidade drenante, mas ignorando o efeito de *smear*, ou seja a redução da permeabilidade do solo tratado devido à instalação, em ambos os sistemas, então a solução será dada por:

$$k_{hPD} = k_{hAx} \left(\frac{\left(\frac{2}{3} - \frac{4b_w^3}{3B^3} + \frac{2b_w^2}{B^2} - \frac{2b_w}{B} \right) + \theta^* \left(L_d z - z^2 \right)}{\ln(n) - \frac{3}{4} + 4z(H - z) \frac{k_{hAx}}{k_{wAx} d_w^2}} \right) \frac{B^2}{r_e^2} \quad [36]$$

uma vez que $k_{hsAx}=k_{hAx}$, $k_{hsPD}=k_{hPD}$, $b_s=b_w$, $r_s=r_w$, o que implica que s=1 e ln(s)=0.

Quando não se tem em conta qualquer um dos efeitos anteriores, então o coeficiente de permeabilidade para o estado plano de deformação, simplifica-se bastante (equação 37).

$$k_{hPD} = \frac{2k_{hAx}}{3\left[\ln(n) - 0,75\right]}\frac{B^2}{r_e^2} \quad [37]$$

2.3 - Escoamento combinado

No caso de utilização de drenos verticais, deve-se considerar, além da drenagem da direção horizontal, a drenagem na direção vertical. A ocorrência simultânea das duas drenagens é designada por drenagem ou escoamento combinado. Este tipo de escoamento foi estudado por Carrillo (1942), o qual aplicou o método da separação das variáveis. Deste modo, o grau de consolidação médio será dado por:

$$(1 - \bar{U}) = (1 - \bar{U}_v)(1 - \bar{U}_r) \quad [38]$$

3 - COMPARAÇÃO ENTRE AS DIFERENTES SOLUÇÕES ANALÍTICAS

Com vista à comparação da evolução dos assentamentos por consolidação, de um solo argiloso tratado com drenos verticais tendo em consideração o efeito de *smear*, procedeu-se à realização de um caso de estudo, em que as características do solo de fundação são as indicadas no Quadro 1 e as dos drenos são as seguintes:

a) Colbonddrain CX1000, com dimensões (wxy) de 100mm por 4mm; diâmetro equivalente calculado com base na expressão de Hansbo (1979) $\Rightarrow$ $d_w=2(w+y)/\pi=0.06621$m;

b) Capacidade média de descarga do dreno de 0.14 m/s, embora a permeabilidade do filtro geotêxtil do dreno PVD utilizado seja de apenas 0.07m/s.

Quadro 1 – Propriedades do solo argiloso para as análises de consolidação

Solo	γ_{sat} [kN/m^3]	k_{h0} [m/s]	k_{v0} [m/s]	c_h [m^2/s]	c_v [m^2/s]	e_0	C_c	C_s
Argila	16.00	7.01E^{-10}	2.69 E^{-10}	7.44E^{-8}	2.85E^{-8}	1.422	0.544	0.148

sendo:

γ_{sat} – Peso volúmico saturado do solo
k_{h0} – Coeficiente de permeabilidade horizontal inicial do solo
k_{v0} – Coeficiente de permeabilidade vertical inicial do solo
c_v – Coeficiente de consolidação vertical do solo
c_h – Coeficiente de consolidação horizontal do solo
e_0 – Índice de vazios inicial do solo
C_c – Índice de compressibilidade do solo
C_s – Índice de recompressibilidade ou expansibilidade do solo

O nível freático situa-se à superfície e a espessura do estrato argiloso tratado com drenos é de 13 metros, em que os drenos o atravessam por completo, admitindo-se apenas drenagem pelo topo. Considerou-se ainda uma distribuição espacial dos drenos triangular, com afastamento (S) de 3 metros entre eixos para a análise em estado axissimétrico. Na análise em estado plano de deformação, admitiu-se, de igual modo, que a largura entre dois drenos consecutivos (S*) é de 3 metros, para maior facilidade de comparação dos resultados (Figura 6). Para o diâmetro de *smear* foi adotado um valor fixo de 3 vezes o diâmetro equivalente do dreno (d_s =3d_w). Contudo, para a permeabilidade horizontal na zona perturbada em estado axissimétrico (k_{hsAX}), consideraram-se três hipóteses diferentes, nomeadamente de 10%, 33% e 66% do valor do coeficiente de permeabilidade horizontal inicial, ou seja 0.10k_{h0}, 0.33k_{h0} e 0.66k_{h0}.

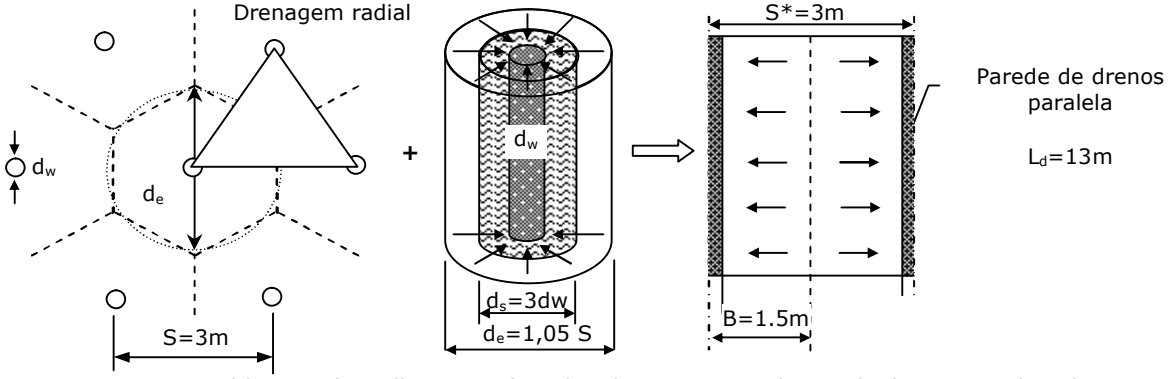

Figura 6 – Esquema exemplificativo da malha triangular adotada para o caso de estudo, bem como dos afastamentos entre drenos, quer para a análise axissimétrica quer em estado plano de deformação.

Face à elevada capacidade de descarga do dreno, quando comparada com a do solo envolvente, este pode ser considerado como ideal, tal como se pode observar na Figura 7. Assim sendo, em todos os cálculos realizados à posteriori, e cujos resultados são apresentados nos quadros e figuras seguintes, a parcela relativa à limitação da capacidade de descarga do dreno é desprezada.

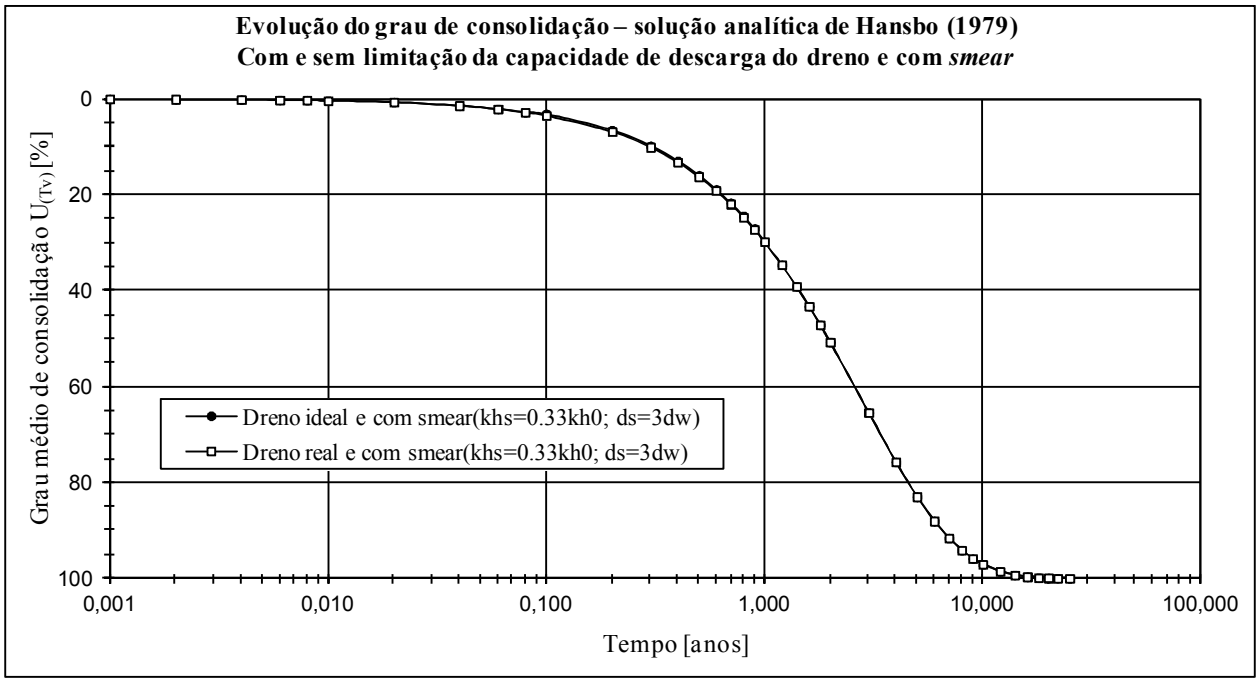

Figura 7 - Evolução do grau de consolidação, em estado axissimétrico, com e sem a consideração da limitação da capacidade de descarga dos drenos Colbonddrain CX1000, considerando o efeito de *smear* ($d_s=3d_w$ e $k_{hsAx}=0.33k_{h0}$)

Os valores do coeficiente de permeabilidade horizontal na zona perturbada considerados na solução analítica de Hansbo (1979) são os já referidos anteriormente, contudo, para o estado plano de deformação novos coeficientes terão que ser considerados. Assim sendo, e aplicando quer a solução analítica de Hird et al. (1992), quer a de Indraratna e Redana (1997), obtêm-se os valores indicados no Quadro 2 para este parâmetro. De realçar que os valores dos coeficientes de permeabilidade para estado plano de deformação, em ambas as soluções são muito similares.

Quadro 2 – Novos coeficientes de permeabilidade horizontal para análise em estado plano de deformação (K_{hsPD}), tendo em consideração o efeito de *smear*

	k_{h0} [m/s]	k_{v0} [m/s]	K_{hsAX} [m/s]	K_{hPD} [m/s] Hird et al. (1992)	K_{hPD} [m/s] Indraratna e Redana (1997)
$K_{hsAX}=0.1k_{h0}$	$7.01E^{-10}$	$2.69E^{-10}$	$7.01E^{-11}$	$3.26E^{-11}$	$3.22E^{-11}$
$K_{hsAX}=0.33k_{h0}$	$7.01E^{-10}$	$2.69E^{-10}$	$2.31E^{-10}$	$7.93E^{-11}$	$7.84E^{-11}$
$K_{hsAX}=0.66k_{h0}$	$7.01E^{-10}$	$2.69E^{-10}$	$4.63E^{-10}$	$1.15E^{-10}$	$1.14E^{-10}$

Na Figura 8 é possível comparar a evolução do grau de consolidação médio para o caso de estudo, considerando a solução analítica de Hansbo (1979), em axissimetria, e a solução analítica de Hird et al. (1992) para estado plano de deformação, constatando-se que os resultados são bastante aproximados.

Na Figura 9 é possível observar a evolução do grau de consolidação médio entre as duas soluções analíticas apresentadas, para estado plano de deformação, nomeadamente a de Hird et al. (1992) e Indraratna e Redana (1997), verificando-se que estas são quase coincidentes.

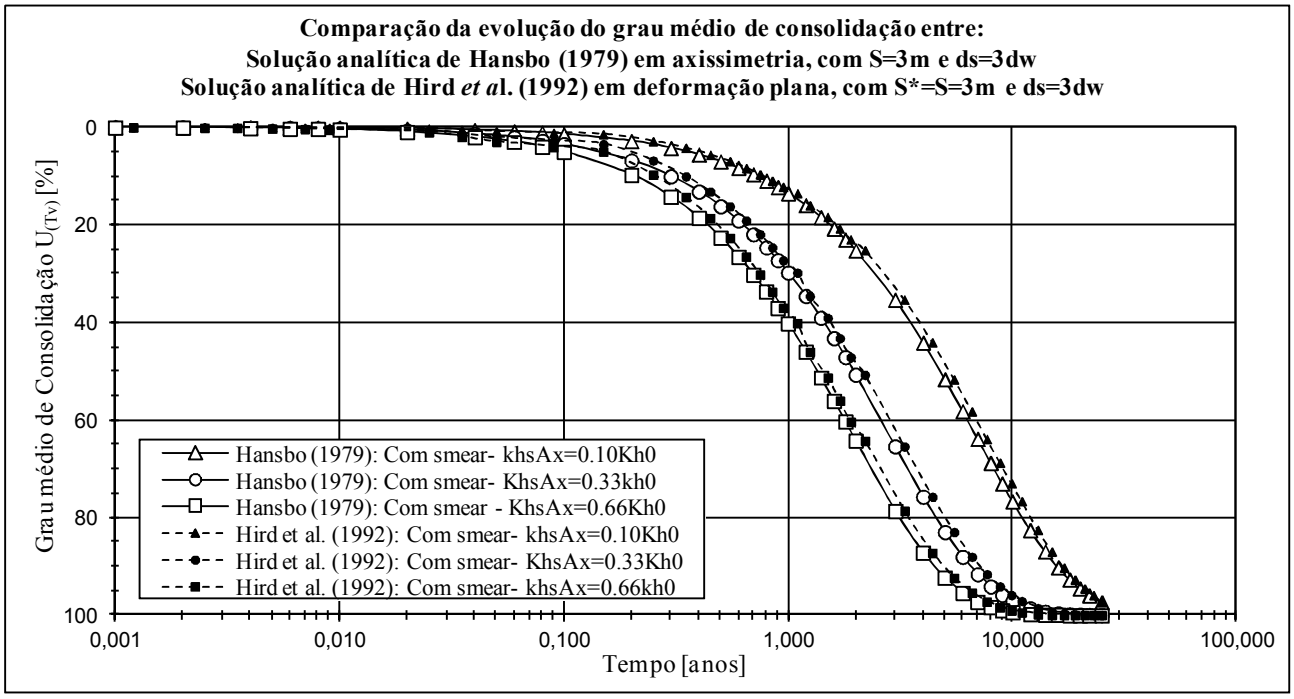

Figura 8 – Evolução do grau médio de consolidação para as soluções analíticas de Hansbo (1979) e Hird et al. (1992) com as mesmas condições de *smear.*

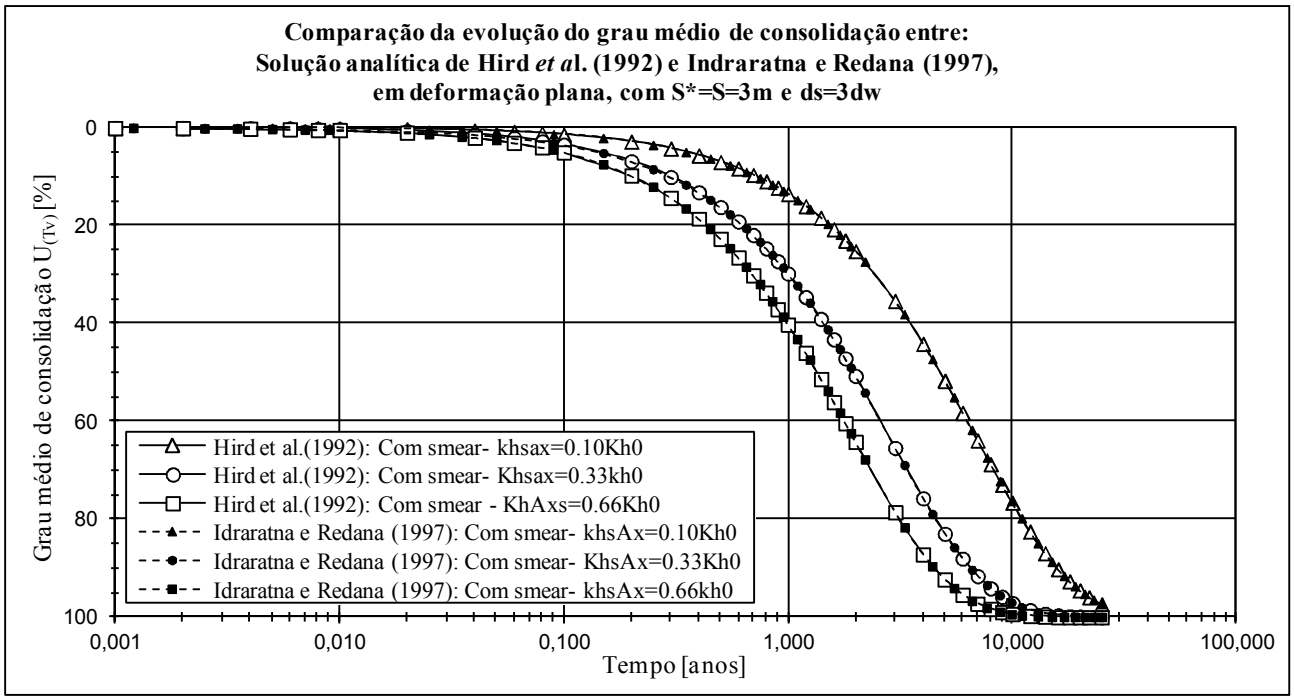

Figura 9 – Evolução do grau médio de consolidação para as soluções analíticas de Hird et al. (1992) e Indraratna e Redana (1997), com as mesmas condições de *smear.*

Por último, na Figura 10 estão representadas as curvas da evolução do grau médio de consolidação, para três situações distintas de drenagem, nomeadamente:

a) Drenagem apenas vertical - solução analítica de Terzaghi (1925);
b) Drenagem apenas radial - solução analítica de Hansbo (1979);
c) Drenagem combinada - solução de Carrillo (1942).

Sendo que nestes dois últimos cenários de drenagem ainda se considerou a influência do efeito de *smear*. Da comparação destas curvas é possível tecer considerações relativamente à influência dos drenos na aceleração do fenómeno da consolidação, bem como do efeito de *smear* no retardamento do processo.

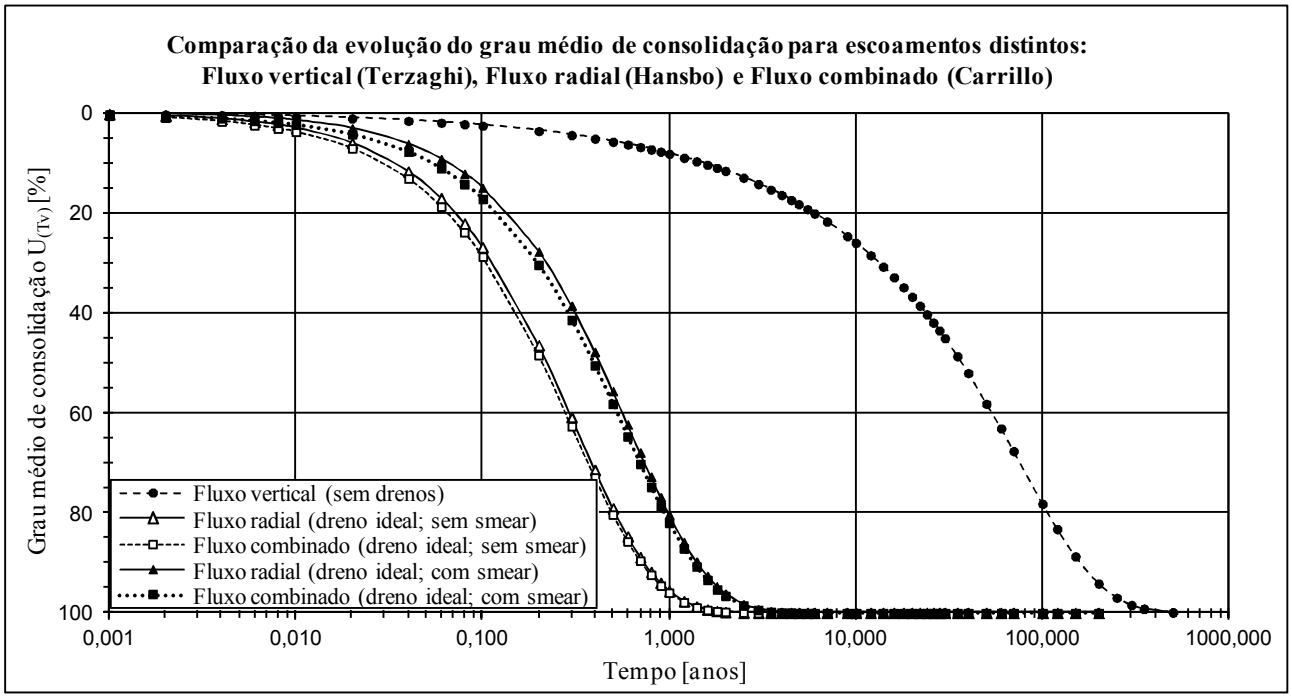

Figura 10 – Evolução do grau médio de consolidação para várias situações de escoamento (vertical, radial e combinado

4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nos resultados alcançados, e para o exemplo estudado, verifica-se que o tratamento do solo de fundação com os drenos verticais de banda será fundamental na aceleração da consolidação, visto que a diferença entre a evolução da consolidação vertical e radial é muito significativa. Constata-se ainda que a contribuição da drenagem vertical no escoamento combinado é mínima para este caso. Tal comportamento já tinha sido detetado por Vertematti et al. (2004), os quais concluíram que é o escoamento radial que domina quando em presença de camadas argilosas com espessuras superiores a 10m.

Verifica-se de igual modo, que a conversão da análise de consolidação de estado axissimétrico para estado plano de deformação é bastante aceitável, sendo mínima a diferença na evolução do grau médio de consolidação, e consequentemente também o será nos assentamentos calculados com base nas soluções analíticas. Em relação às soluções de Hird et al. (1992) e de Indraratna e Redana (1997), ambas para estado plano de deformação, observa-se que estas são praticamente coincidentes, sendo as diferenças impercetíveis para o exemplo apresentado. Assim sendo, face à sua simplicidade de cálculo e de representação geométrica em estado plano de deformação, a solução de Hird et al. (1992) será uma opção bastante razoável. Contudo, deverão ser sempre analisados e comparados os coeficientes de permeabilidade para estado plano de deformação (k_{hPD}) de ambas as soluções, antes da sua aplicação na modelação da geometria final do problema bidimensional, uma vez que estes permitem logo identificar as discrepâncias ou semelhanças nos resultados finais.

Por último, é notória a influência da variação da permeabilidade na zona perturbada (*smear*) na evolução do grau médio de consolidação, sendo esta mais lenta quanto maior for a redução do coeficiente de permeabilidade ao redor do drenos, ou seja, quanto maior for a perturbação do solo devido ao processo de instalação destes.

REFERÊNCIAS

Carrillo, N. (1942). Simple two and three dimensional cases in the theory of consolidation soils. *Journal of Mathematics and Physics Mechanics*, Volume 21, pp.1-5.

Barron, R. (1944). The Influence of Drain Wells on the Consolidation of Fine Grained Soils. *Dissertation, U.S. Engineering Office*. Providence, USA.

Hansbo, S. (1979). Consolidation of clay by band-shaped prefabricated drains. *Ground Engineering*, Volume 12, Nº5, pp.16-25. Great-Britain.

Holtz, R.D.; Holm, G. (1973). Excavation and Sampling Around Some Sand Drains at Ska-Edeby, Sweden. *Proceedings of the Nordic Geotechnical Meeting*. Trondheim, NGI-Oslo.

Hird, C.C.; Pyrah, I.C.; Russell, D. (1992). Finite element modeling of vertical drains beneath embankments on soft ground. *Géotechnique* 42, Nº3, pp.499-511. London-United Kingdom.

Indraratna, B.; Redana, I.W. (1997). Plane-Strain Modeling of Smear Effects Associated with Vertical Drains. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Volume 123, Nº5, pp.474-478.

Shinsha, H., Hara, H.; Abe, Y.; Tanaka, A. (1982). Consolidation Settlement And Lateral Displacement of Soft Ground Improved by Sand Drains. Tsuchi-to-Kiso, *Japanese Society of Soil Mechanics Foundation Engineering*, Volume 30, Nº5, pp.7-12.

Vertematti, J.C.; Oliveira, H.M.; Almeida, M.S.S. (2004). Manual brasileiro de geossintéticos. Editor Edgar Blucher. Brasil.

Rendulic, L. (1935). Der Hydrodynamische Spannungsangleich in Zentral Entwasserten Tonzylindren. Wasserwirt. Tech. Vol.2. pp.250-253 and pp.269-273.

Rixner, J.J., Kraemer, S.R. & Smith, A.D. (1986). Prefabricated Vertical Drains. *Federal Highway Administration. Report FHWA-RD-86/168*, Vol.1. Washington D.C., USA.

Terzaghi, K. (1925). Erdbaumechanick auf Bodenphsikalischer Grundlage. Deuticke. Vienna, Austria.